

DETERMINAREA MOMENTULUI DE INERȚIE MECANIC AXIAL FOLOSIND MIȘCAREA DE ROTAȚIE A UNUI SOLID RIGID ÎN JURUL UNUI AX FIX

1. SCOPUL LUCRĂRII:

Lucrarea are ca scop determinarea pe cale experimentală a momentelor de inerție mecanice axiale. Metoda folosită se bazează pe analiza mișcării de rotație a corpurilor în jurul unui ax fix și constă din aplicarea teoremei momentului cinetic în raport cu axa de rotație.

$$\dot{K}_{\Delta} = J_{\Delta} \cdot \varepsilon = M_{\Delta} \quad (1)$$

Cunoscând: ε și M_{Δ} , din (1), se obține:

$$J_{\Delta} = \frac{M_{\Delta}}{\varepsilon} \quad (2)$$

unde: M_{Δ} - reprezintă momentul cinetic în raport cu axa de rotație (Δ);

J_{Δ} - momentul de inerție al unui corp în raport cu axa de rotație (Δ);

ε - accelerația unghiulară de rotație a corpului și dispozitivului în jurul axei Δ .

Determinarea practică a momentului de inerție al unui corp în raport cu axa de rotație se face utilizând dispozitivul prezentat în Fig. 1.

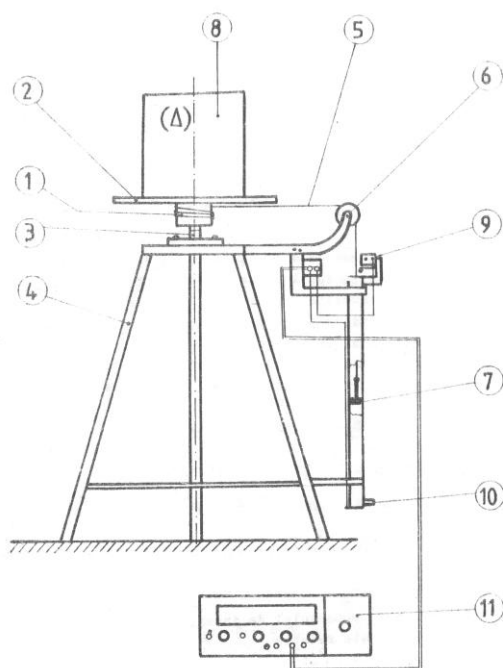


Fig. 1 Reprezentarea schematică a dispozitivului

2. DESCRIEREA DISPOZITIVULUI:

Dispozitivul se compune din *tamburul 1* solidar cu *discul 2* montat prin intermediul *rulmentului 3* în *suportul 4*. Pe *tamburul 1* se înfășoară *cablul 5*, ce trece peste *scripetele 6* și poartă la capătul liber *greutatea 7*. Prin deplasarea descendentă a *greutății 7* se imprimă *discului 2* o mișcare de rotație în jurul axei de simetrie Δ și odată cu aceasta o mișcare identică *corpului 8* ce se așează liber pe *discul 2*. Pe *suportul 4* se montează două *microîntrerupătoare 9-10* ce închid și deschid circuitul unui *numărător universal de impulsuri 11*.

3. EFECTUAREA LUCRĂRII:

Se așează corpul 8 pe discul 2 și se înfășoară cablul 5 pe tamburul 1, până când greutatea 7 a ajuns în poziția superioară în care acționează *microîntrerupătorul* 9. Se lasă apoi greutatea să coboare cronometrând timpul (cu ajutorul numărătorului de impulsuri) în care aceasta parcurge spațiul h ($h = 740$ [mm]) dintre cele două *microîntrerupătoare* 9 și 10. În momentul în care greutatea 7 acționează *microîntrerupătorul* 10, se oprește funcționarea *numărătorului de impulsuri* 11. Presupunând tăiat firul și introdusă *tensiunea* $\bar{S}$ prin aplicarea principiului lui D'Alembert se obține pentru greutatea 7, ecuația de echilibru fictiv dinamic.

$$P - S - F_j = 0 \quad (3)$$

unde $F_j = \frac{P}{g} \cdot a$ - este forța de inerție aferentă *greutății* P care se consideră că se deplasează cu *acclerația constantă* a . Înlocuind F_j din (3), se obține:

$$S = P - F_j = P \cdot \frac{g - a}{g} \quad (4)$$

Aplicând pentru tambur, disc și corp ecuația mișcării de rotație în raport cu axa Δ , rezultă:

$$(J_{\Delta C} + J_{\Delta 0}) \cdot \varepsilon = S \cdot r = P \cdot \frac{g - a}{g} \cdot r \quad (5)$$

unde : $J_{\Delta C}$ - este momentul de inerție mecanic axial al *corpului* 8;
 $J_{\Delta 0}$ - momentul de inerție axial al dispozitivului (tambur + disc);
 r - raza tamburului ($= 55$ [mm]);
 g - accelerația gravitațională ($= 9,81$ [m/s²]).

Având în vedere relațiile cinematice :

$$h = \frac{a \cdot t^2}{2}; \quad a = a_r = \varepsilon \cdot r \quad (6)$$

$\varepsilon = \frac{2h}{r \cdot t^2}$ și t - este timpul în care *greutatea* P parcurge *spațiul* h .

Înlocuind în relația (5), după efectuarea calculelor, se obține:

$$J_{\Delta C} = \frac{M \cdot r^2 \cdot t^2}{2h} \cdot g - M \cdot r^2 - J_{\Delta 0} \quad (7)$$

unde: $M = \frac{P}{g}$ - este masa corespunzătoare *greutății* P .

Pentru determinarea momentului de inerție $J_{\Delta 0}$ al dispozitivului neîncărcat se folosește relația :

$$J_{\Delta 0} = \frac{M_0 \cdot r^2 \cdot t^2}{2h} \cdot g - M_0 \cdot r^2 \quad (8)$$

în care: $M_0 = \frac{P_0}{g}$ - este masa unei greutatei $P_0 < P$ cu care a fost înlocuită greutatea P .

Efectuarea lucrării pentru determinarea lui $J_{\Delta 0}$ decurge în același mod ca și pentru $J_{\Delta C}$, singura modificare constând în înlocuirea greutății P cu P_0 .

Pentru a mări precizia măsurătorilor se fac trei determinări lucrându-se în calcule cu media timpului. Datele măsurate și cele care rezultă în urma efectuării calculelor se trec în *Tab. 1*.

Tabelul 1

Nr. crt.	M_0 [kg]	r [m]	h [m]	t [s]	t_{med} [s]	$J_{\Delta 0}$ [kg·m ²]	Nr. crt.	M [kg]	r [m]	h [m]	t [s]	t_{med} [s]	$J_{\Delta C}$ [kg·m ²]	ε_r [%]
1.							1.							
2.							2.							
3.							3.							

Știind că $J_{\Delta C_{teoretic}} = 0,11465 \text{ [kg·m}^2\text{]}$, se va calcula eroarea relativă a valorilor măsurate ε_r .

Observație:

În calculele efectuate s-a presupus că frecările sunt neglijabile. Pentru determinări mai precise se va presupune cuplul de frecare din lagărul tamburului ca fiind constant. Există în acest caz posibilitatea eliminării din calcule a frecării în lagăr dacă operația determinării momentului de inerție mecanic axial al dispozitivului se face folosind două greutăți diferite P_{01} și P_{02} . Ecuațiile de mișcare ale tamburului și discului corespunzătoare celor două greutăți vor fi determinate conform principiului lui D'Alembert, astfel:

$$\begin{aligned} J_{\Delta 0} \cdot \varepsilon_1 + \frac{P_{01}}{g} \cdot a_1 \cdot r + C_f - P_{01} \cdot r &= 0 \\ J_{\Delta 0} \cdot \varepsilon_2 + \frac{P_{02}}{g} \cdot a_2 \cdot r + C_f - P_{02} \cdot r &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Eliminând C_f între cele două ecuații, se obține:

$$J_{\Delta 0} \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \frac{r}{g} \cdot (P_{01}a_1 - P_{02}a_2) \cdot (P_{01} - P_{02}) \cdot r = 0 \quad (10)$$

Înlocuind relațiile cinematice:

$$h = \frac{1}{2}a_1 \cdot t_1^2; \quad h = \frac{1}{2}a_2 \cdot t_2^2; \quad \varepsilon_1 = \frac{a_1}{r}; \quad \varepsilon_2 = \frac{a_2}{r} \quad (11)$$

se obține valoarea momentului de inerție $J_{\Delta 0}$:

$$J_{\Delta 0} = r^2 \cdot \frac{\frac{1}{2h} \cdot (P_{01} - P_{02}) - \frac{1}{g} \cdot \left(\frac{P_{01}}{t_1^2} - \frac{P_{02}}{t_2^2} \right)}{\frac{1}{t_1^2} - \frac{1}{t_2^2}} \quad (12)$$